

# “Laboratorio in classe: tra forme e numeri”

Corso organizzato dall'USR Lombardia

**GRUPPO “CALCOLO DELLA PROBABILITÀ”  
SCUOLA SECONDARIA DI I GRADO**

a.s. 2009/2010

## COMPONENTI DEL GRUPPO

---

**Anna Asti:** tutor di gruppo, docente di ruolo di Scienze matematiche chimiche fisiche e naturali presso la SMS "Allende-Croci" di Paderno Dugnano (Mi).

**Rosa Borgia:** docente di ruolo di Scienze matematiche chimiche fisiche e naturali presso l'istituto comprensivo "G. Rodari" di Vermezzo (Mi). Le classi in cui è stata effettuata la sperimentazione sono la IE e la IG.

**Simona Brera:** docente di ruolo di Scienze matematiche chimiche fisiche e naturali presso l'Istituto Comprensivo di Menaggio (Co). La classe in cui è stata effettuata la sperimentazione è la IIIA.

**Rossella Carlotti:** docente di ruolo di Scienze matematiche chimiche fisiche e naturali presso l'Istituto Comprensivo di Menaggio (Co). La classe in cui è stata effettuata la sperimentazione è la IIIC.

**Roberta Cavallotti:** docente di ruolo di Scienze matematiche chimiche fisiche e naturali presso la scuola media "Italo Calvino" di Milano. La classe in cui è stata effettuata la sperimentazione è la IIB.

**Marco Angelo De Giacinto:** docente di ruolo presso il CTP (Centro Territoriale Permanente per l'Educazione Degli Adulti), plesso dell'Istituto Comprensivo "Martiri della Libertà" di Sesto San Giovanni. La classe in cui è stata effettuata la sperimentazione è la sezione A. Non esistono prime, seconde e terze, ma corsi annuali che portano a sostenere l'esame di licenza a fine anno.

**Maurizio Maddè:** docente di ruolo di Scienze matematiche chimiche fisiche e naturali nella scuola media presso il Comprensivo Statale "Giuseppe Dezza" - Scuola secondaria di 1° grado "Italo Calvino", Melegnano. La classe in cui è stata effettuata la sperimentazione è la IIIA.

**Lorena Piazza:** docente di ruolo di Scienze matematiche chimiche fisiche e naturali nella scuola media presso il Comprensivo "U. Foscolo" - Scuola secondaria di 1° grado di Levata di Grontardo - sezione staccata di Vescovato (Cr). La classe in cui è stata effettuata la sperimentazione è la IA.

## PREMESSA

La costruzione di questo percorso è passata attraverso le seguenti tappe:



Sembra comunque importante sottolineare che in laboratorio il lavoro non è mai individuale e che - come è richiesto anche dalle Indicazioni per il curricolo (al capitolo Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado pag. 98) - esso aiuta i ragazzi a rafforzare "un atteggiamento positivo rispetto alla matematica e [...] a capire come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà".

Questo percorso introduttivo non ha la pretesa di essere esaustivo. Il termine "probabilità", che ogni ragazzo ha già sentito e usa, non viene mai definito, ma il significato matematico di probabilità viene introdotto gradualmente e intuitivamente come misura del "grado di fiducia" che si può attribuire ad un dato evento.

Di seguito vengono riportate **per ogni sessione di laboratorio**:

1. le schede per gli insegnanti (con obiettivi, materiali, descrizione, soluzioni e osservazioni),
2. le schede predisposte per gli studenti,
3. le griglie osservative redatte dagli insegnanti (divise per classi),
4. le schede su cui hanno lavorato gli alunni (divise per classi e per gruppi),
5. il diario di bordo dei ragazzi (se redatto).

A conclusione sono proposte la prova finale e la valutazione complessiva della sperimentazione compiuta dai componenti del gruppo.

# 1<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

## SU CHI SCOMMETTERESTE?

Ob. Distinguere tra evento più probabile e meno probabile

### MATERIALE

- scheda n. 1 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 4)
- coppie di dadi

### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 1 riprodotta a pag. 4).

Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Volutamente non si specifica che i due dadi sono di colore diverso perché si vuole che emerga dalla discussione l'osservazione che le coppie (2,3) e (3,2) sono diverse.

La risposta attesa è Irene, perché il numero 7 può essere ottenuto con un maggior numero di coppie diverse: (1,6) (6,1) (2,5) (5,2) (4,3) (3,4), mentre 12 può essere ottenuto solo con (6,6) (6,6) e 3 solo con (1,2) (2,1).

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 1 – SU CHI SCOMMETTERESTE?

---

1<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 20 minuti.***

Marco tira due dadi e li copre con la mano, poi sfida i suoi amici. Chi indovinerà la somma dei numeri sulla faccia superiore dei dadi avrà un regalo.

Gianni dice 12, Irene 7 e Noemi 3.

Se voi doveste scommettere su chi vincerà, su chi puntereste?

# 1<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

## PUÒ SUCCEDERE O NO?

Ob. Intuire la possibilità del verificarsi o meno di un evento.

### MATERIALE

- scheda n. 2 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 6)

### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 2 riprodotta a pag. 6).

Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Le risposte attese sono:

1. POSSIBILE
2. POSSIBILE
3. POSSIBILE
4. POSSIBILE
5. CERTO
6. IMPOSSIBILE
7. POSSIBILE
8. CERTO
9. IMPOSSIBILE
10. POSSIBILE

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 2 – PUÒ SUCCEDERE O NO?

---

1<sup>a</sup> sessione di laboratorio

**Leggete con attenzione le affermazioni seguenti e stabilite se si tratta di un fatto**

- ✓ **CERTO**
- ✓ **POSSIBILE**
- ✓ **IMPOSSIBILE**

**La risposta finale deve essere condivisa dai membri del gruppo. Motivate le risposte.**

**Tempo massimo a disposizione 10 minuti.**

1. Domani pioverà.
2. Domani l'autobus arriverà in ritardo.
3. Se lanciate un dado, uscirà 5.
4. L'insegnante di matematica domani sarà assente.
5. Se lasciate cadere una palla, questa cadrà a terra.
6. Se estraete due carte da un mazzo da quaranta, la somma dei punti sarà minore di 2.
7. Il Cagliari vincerà lo scudetto di serie A del prossimo campionato a cui parteciperà.
8. Se lanciate un dado uscirà un numero minore di 7.
9. Estraeendo un gettone dal sacchetto della tombola uscirà 100.
10. Il 28 febbraio è il mio compleanno. Il giorno successivo sarà il 1 marzo.

# 1<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

## CHE COSA SCEGLIERESTE?

Ob. Distinguere tra evento più probabile e meno probabile

### MATERIALE

- scheda n. 3 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 8)

### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 3 riprodotta a pag. 8).

Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Le risposte attese sono:

- Dalla quarta (le probabilità sono  $\frac{3}{10}, \frac{4}{10}, \frac{0}{10}, \frac{10}{10}$ )
- Dalla seconda (le probabilità sono  $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ )
- Da una qualunque delle due (la probabilità è  $\frac{7}{19}$  in entrambi i casi)



Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 3 – CHE COSA SCEGLIERESTE?

1<sup>a</sup> sessione di laboratorio

**Leggete con attenzione e rispondete. Motivate le risposte.**

**Tempo massimo a disposizione 20 minuti.**

a. Vengono fornite le seguenti buste:

- ✓ una busta con 10 biglietti di cui 3 rossi
- ✓ una busta con 10 biglietti di cui 4 rossi
- ✓ una busta con 10 biglietti di cui nessuno rosso
- ✓ una busta con 10 biglietti di cui 10 rossi

Potete estrarre un solo biglietto. Da quale busta peschereste per avere più possibilità di ottenere un biglietto rosso?

.....

.....

.....

.....

b. Vengono fornite le seguenti buste:

- ✓ una busta con 20 biglietti di cui 5 rossi
- ✓ una busta con 12 biglietti di cui 4 rossi

Potete estrarre un solo biglietto. Da quale busta peschereste per avere più possibilità di ottenere un biglietto rosso?

.....

.....

.....

.....

c. Vengono fornite le seguenti buste:

- ✓ una busta con 19 biglietti di cui 7 rossi
- ✓ una busta con 57 biglietti di cui 21 rossi

Potete estrarre un solo biglietto. Da quale busta peschereste per avere più possibilità di ottenere un biglietto rosso?

.....

.....

## 2<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

### CHI AVRÀ PIÙ PROBABILITÀ DI ESSERE INTERROGATO?

Ob. Introdurre un evento impossibile “inaspettato” e mettere in discussione l’uso che di solito si fa del calcolo delle probabilità.

#### MATERIALE

- scheda n. 1 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 10)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 1 riprodotta a pag. 10).

Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Le risposte attese sono:

- tra il numero 11 e il numero 19 ha più probabilità di essere estratto il numero 11 perché può essere ottenuto con dieci combinazioni diverse (29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92, 119, 128) mentre il 19 non può venire estratto (al massimo si può ottenere un 18 con la pagina 99).
- Tra il 7, il 9 e l’11 ha più probabilità di uscire il 9 perché
  - \* il 7 può essere ottenuto con undici combinazioni diverse (7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70, 106, 115, 124)
  - \* il 9 può essere ottenuto con tredici combinazioni diverse (9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 108, 117, 126)
  - \* l’11 può essere ottenuto con dieci combinazioni diverse (29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92, 119, 128)

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 1 – CHI AVRÀ PIÙ PROBABILITÀ DI ESSERE INTERROGATO?

---

2<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 25 minuti.***

Oggi il professore di Giovanni decide di sorteggiare chi verrà interrogato.

Aprirà a caso il libro che ha sulla cattedra e che ha 130 pagine e farà la somma delle cifre. Il numero così ottenuto corrisponderà al numero di registro dell'alunno che sarà interrogato.

Tenendo conto del fatto che nella classe ci sono 19 alunni, chi ha più probabilità di essere interrogato tra il numero 11 e il numero 19?

Chi invece tra il 7, il 9 e l'11?

## 2<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

### QUATTRO SCARAFAGGI SCRIVONO UN BEST SELLER?

Ob. Introdurre un evento impossibile “inaspettato” e mettere in discussione l’uso che di solito si fa del calcolo delle probabilità

#### MATERIALE

- scheda n. 2 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 12)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 2 riprodotta a pag. 12).

Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Le risposte attese sono:

- ci sono 24 combinazioni di lettere possibili ma solo 7 di queste hanno senso compiuto in italiano.

**ORMA** **ROMA** **AMOR** MARO

ORAM ROAM AMRO MAOR

**OMAR** RMOA **ARMO** **MORA**

OMRA RMAO AROM MOAR

OARM RAOM AORM MROA

OAMR **RAMO** AOMR MRAO

Quindi ci sono solo 7 probabilità su 24 che “esca” una parola di senso compiuto

- quattro scarafaggi non potranno mai scrivere un bestseller (almeno, in un tempo credibile!).

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 2 – QUATTRO SCARAFAGGI SCRIVONO UN BESTSELLER

---

2<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 25 minuti.***

*Dall'inserto il Venerdì di Repubblica del 16 ottobre 2009 pag. 98*

*Roma.*

*Sbuca oggi nelle librerie "Come scrivere un bestseller in 57 giorni" di Luca Ricci ovvero come quattro scarafaggi decidano di sostituirsi al padrone - un inconcludente scrittore fallito per giunta sotto sfratto - alla tastiera di un computer per scrivere un romanzo con gli ingredienti necessari a scalare le classifiche di vendita.*

Noi siamo più modesti e vi chiediamo, nell'ipotesi che la tastiera del computer abbia quattro tasti O, R, M, e A e nell'ipotesi che ogni scarafaggio prema un tasto solo una volta sola, di determinare la probabilità che la parola così composta abbia significato in italiano.

Inoltre, dal momento che siamo modesti ma anche esigenti, vi chiediamo di fare una stima in merito alla probabilità che quattro scarafaggi possano scrivere un bestseller.

## 2ª SESSIONE DI LABORATORIO

### VERO O FALSO?

Ob. Introdurre il diagramma ad albero come strumento per rappresentare i casi possibili.

#### MATERIALE

- scheda n. 3 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 15)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 3 riprodotta a pag. 15).

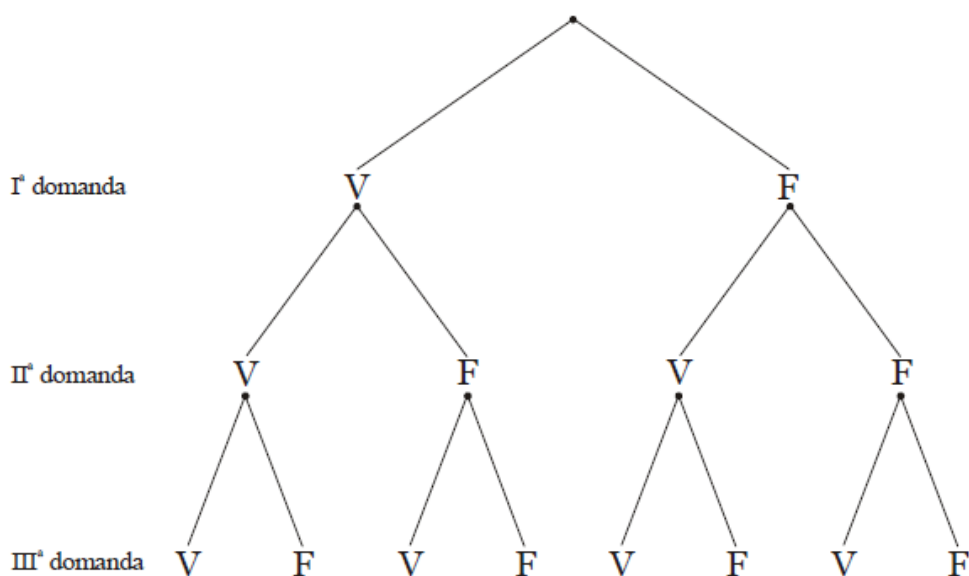
Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Ci sono almeno due modalità di rappresentazione:

1. un diagramma ad albero



2. una tabella come la seguente

1°	2°	3°
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Da entrambe si legge che le terne di risposte diverse possibili sono 8 e quindi 8 sono i modi diversi di compilare il formulario.

Le risposte attese sono pertanto:

- $1/2$  cioè il 50%
- $1/4$  cioè il 25%
- $1/8$
- $1/8$
- $3/8$ .

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N.3 – VERO O FALSO?

---

2<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 20 minuti.***

Supponiamo che un test sia composto da 3 domande, alle quali si può rispondere o V (vero) oppure F (falso).

In quanti modi diversi potete compilare il formulario relativo a questo test?

Supponiamo che Andrea riempia il formulario a caso (cioè scegliendo V o F casualmente, senza leggere neppure le domande).

- Qual è la probabilità che alla prima domanda risponda V?
- Qual è la probabilità che alle prime due domande risponda V?
- Qual è la probabilità che a tutte e tre le domande risponda V?
- Qual è la probabilità che alla prima domanda risponda F, alla seconda V e alla terza ancora F?
- Qual è la probabilità che risponda a due domande con una F e ad una domanda con V?



## 3<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

### MARCO SBADATO

Ob. Introdurre il diagramma ad albero (o una tabella) come strumento per rappresentare i casi possibili.

#### MATERIALE

- scheda n. 1 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 17)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 1 riprodotta a pag. 17).

Al termine della discussione di gruppo, un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Una possibile rappresentazione dei casi possibili è

Buste	Ragazze					
a	A	A	B	B	C	C
b	B	C	A	C	A	B
c	C	B	C	A	B	A

Le risposte attese sono:

- essere lasciato da tutte e tre: 2/6
- essere lasciato solo da due: 3/6
- essere lasciato solo da una: 0/6, nessuna.

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N.1 – MARCO SBADATO

---

3<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 20 minuti.***

Marco Sbadato ha tre fidanzate molto gelose e ovviamente nessuna di esse sa dell'esistenza delle altre due. A ciascuna invia una lettera diversa.

Dopo averle imbucate gli viene il dubbio di non avere messo la lettera giusta nella busta giusta.

Quante probabilità ha di essere lasciato da tutte e tre le fidanzate?

Quante probabilità ha di essere lasciato da due delle tre fidanzate?

Quante probabilità ha di essere lasciato da una sola delle tre fidanzate?

## 3<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

### LE LAMPADINE

Ob. Introdurre il concetto di probabilità composta di eventi dipendenti.

#### MATERIALE

- scheda n. 2 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 19)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 2 riprodotta a pag. 19).

Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Le risposte attese sono:

$$\begin{aligned} P(\text{estrarre due lampadine da almeno } 60 \text{ W}) &= \\ &= P(2 \text{ da } 60) + P(2 \text{ da } 100\text{W}) + P(\text{la prima da } 60 \text{ e la seconda da } 100) + P(\text{la prima da } 100 \text{ e la} \\ &\quad \text{seconda } 60) = \\ &= \frac{8}{16} \cdot \frac{7}{15} + \frac{3}{16} \cdot \frac{2}{15} + \frac{8}{16} \cdot \frac{3}{15} + \frac{3}{16} \cdot \frac{8}{15} = \frac{110}{240} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{una da } 60 \text{ e una da } 40) &= \\ &= P(\text{la prima da } 60 \text{ e la seconda da } 40) + P(\text{la prima da } 40 \text{ e la seconda da } 60) = \\ &= \frac{8}{16} \cdot \frac{5}{15} + \frac{5}{16} \cdot \frac{8}{15} = \frac{80}{240} \end{aligned}$$

$$P \text{ che escano tre lampadine da } 100 = \frac{3}{16} \cdot \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{14}$$

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 2 – LE LAMPADINE

---

3<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 20 minuti.***

Un signore un po' distratto ha riposto nella stessa scatola tre tipi di lampadine diverse, ma tutte della stessa forma e dimensione; quello che si sa è che ce ne sono 5 da 40W, 8 da 60W e 3 da 100W. Se si prendono dalla scatola due lampadine a caso, calcola la probabilità che:

1. escano due lampadine almeno da 60W;
2. escano una da 60W e una da 40W;

Se invece si prendono dalla scatole tre lampadine, calcolate la probabilità che escano tutte e tre da 100W.

## 3<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

### ALLA FINE DEL QUADRIMESTRE

Ob. Introdurre il concetto di probabilità subordinata

#### MATERIALE

- scheda n. 3 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 21)

#### DESCRIZIONE

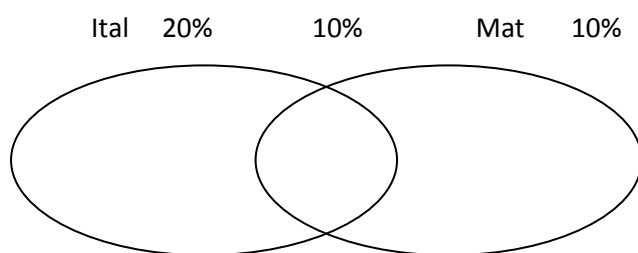
Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 3 riprodotta a pag. 21).

Al termine della discussione di gruppo, un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 15 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI



Le risposte attese sono:

- $1/3$
- $1/2$

Le due probabilità sono diverse.

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 3 – ALLA FINE DEL QUADRIMESTRE

---

3<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 15 minuti.***

Alla fine del primo quadrimestre il 30% degli alunni è risultato insufficiente in italiano , il 20% in matematica e il 10% in entrambe le discipline.

a) Qual è la probabilità che uno studente insufficiente in Italiano abbia anche l'insufficienza in Matematica?

b) Qual è la probabilità che uno studente insufficiente in Matematica abbia anche l'insufficienza in Italiano?

Le due probabilità calcolate sono identiche?

## 3° SESSIONE DI LABORATORIO

### GIOCHI DA TAVOLO

Ob. Interpretare situazioni di gioco

#### MATERIALE

- scheda n. 4 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 23)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 4 riprodotta a pag.23).

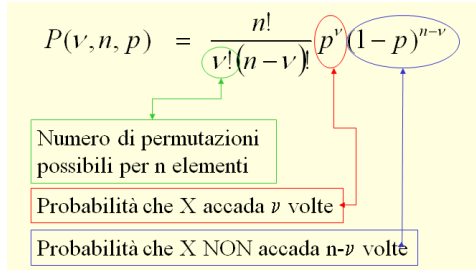
Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 15 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Si rimanda ai suggerimenti nel testo per la soluzione. Si richiama l'attenzione sul concetto di eventi complementari: la probabilità di fare 6 almeno una volta è la somma delle probabilità di tutti i diversi percorsi tranne quello di fare sempre non 6.

1. No
2. Non ho la certezza per alcun tiro.
3.  $\frac{1}{6}$
4.  $P(1,2, \frac{1}{6})$     $P(1,4, \frac{1}{6})$     $P(1,6, \frac{1}{6})$
- 5.





Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 4 – GIOCHI DA TAVOLO

---

3° sessione di laboratorio

**Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.**

In alcuni giochi da tavolo capita che un concorrente si trovi in una situazione di immobilità, per uscire dalla quale deve ottenere il numero 6 tirando il dado quando è il suo turno.

Secondo voi,

1- sapendo che la probabilità di “fare 6” con un solo tiro è di uno su sei, ossia un sesto  $\left(\frac{1}{6}\right)$ ,

se sommo le probabilità dei singoli tiri, posso dire che con sei tiri sono sicuro di fare 6?

2- Quante volte dovrò tirare il dado per essere sicuro di fare 6?

3- Se dopo 20 tiri non ho ancora fatto 6, qual è la probabilità di farlo al ventunesimo?

4- Qual è la probabilità di fare 6 tirando due volte? E tirando quattro volte? E sei volte?

**Suggerimento:** costruite un grafico ad albero mettendo a confronto gli eventi complementari di fare 6 e di non farlo, evidenziando per ogni evento la rispettiva probabilità di accadere (fare 6  $\rightarrow$  una su sei  $\left(\frac{1}{6}\right)$ ; non fare 6  $\rightarrow$  cinque su sei  $\left(\frac{5}{6}\right)$ ). Poi

esaminate tutti i percorsi possibili calcolando la probabilità di ognuno di essi moltiplicando tra di loro quelle relative ai singoli eventi del percorso (probabilità composta). E poi ... se siete riusciti a arrivare fin qui, troverete da soli la soluzione.

5- È possibile stabilire una formula che dia la probabilità di fare 6 tirando il dado un numero n di volte? Se è possibile, che formula è? Come si fa a ricavarla?

---

## 4<sup>a</sup> SESSIONE DI LABORATORIO

---

### QUOTA PRONOSTICATA

Ob Interpretare correttamente un articolo di giornale che parli di stime di probabilità (quota pronosticata-vincita e perdita-rischio che si è disposti a correre)

#### MATERIALE

- scheda n. 1 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 25)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 1 riprodotta a pag. 25).

Al termine della discussione di gruppo, un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Le soluzioni attese sono:

- I) Pietro vince 10€ puntando 5€ sulla Pellegrini.
- II) Gli elementi da tener presente sono allenamento, risultati precedenti...
- III) No, aveva meno probabilità.
- IV) Avrebbe vinto di più.
- V) Quello dato 1 a 7.
- VI) Quello dato 1 a 9.
- VII) Pietro su 1 a 7.
- VIII) Pietro su 1 a 9.
- IX) Vince di più scommettendo su quello dato 1 a 9.
- X) Vince di meno scommettendo su quello dato 1 a 7.
- XI) Dovrebbe scommettere 5000€.

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 1– QUOTA PRONOSTICATA

4<sup>a</sup> sessione di laboratorio

**Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.**

**Tempo massimo a disposizione 20 minuti.**

Durante i mondiali di nuoto del 2009, che si sono svolti nel mese di luglio a Roma, la nuotatrice Pellegrini, nella specialità dei 400m in stile libero ha vinto la medaglia d'oro segnando il record del mondo di 3' 59" 15 e scendendo così al di sotto del muro dei 4'.

La Pellegrini, prima della gara era data come favorita: al botteghino delle scommesse la sua vittoria era stata pronosticata 1 a 2.

Ciò significa che la vittoria della campionessa italiana avrebbe fruttato una vincita di due euro a chi ne avesse scommesso uno.

I) Siete capaci di calcolare quanto ha vinto Pietro puntando sulla Pellegrini 5 euro?

II) Secondo voi, la quota pronosticata come potrebbe venire calcolata? Quali elementi, secondo voi, dovrebbero essere presi in considerazione per calcolare la quota pronosticata?

.....  
.....

La vittoria dell'atleta che poi ha vinto la medaglia d'argento era data al botteghino delle scommesse 1 a 5.

III) 5 è maggiore di 2, ciò significa che aveva più probabilità della Pellegrini di vincere

IV) Se la seconda classificata avesse vinto e se Pietro avesse puntato su di lei, avrebbe vinto di più o di meno?

V) Ha più probabilità di vincere un atleta con una quota pronosticata di vittoria di 1 a 7 oppure uno dato 1 a 9 ?

VI) Ha più probabilità di perdere un atleta con una quota pronosticata di vittoria di 1 a 7 oppure uno dato 1 a 9 ?

VII) Il giocatore Pietro ha più probabilità di vincere puntando sull'atleta dato 1 a 7 oppure su quello dato 1 a 9 ?

VIII) Il giocatore Pietro ha più probabilità di perdere puntando sull'atleta dato 1 a 7 oppure su quello 1 a 9 ?

IX) Il giocatore Pietro vince di più puntando sull'atleta dato 1 a 7 oppure 1 a 9 ?

X) Il giocatore Pietro vince di meno puntando sull'atleta dato 1 a 7 oppure 1 a 9 ?

XI) Pietro ha assolutamente bisogno di vincere 10000 euro. Quanto deve scommettere sulla Pellegrini?

## 4° SESSIONE DI LABORATORIO

### ARIELE E CALIBANO

Ob. Interpretare situazioni di gioco

#### MATERIALE

- scheda n. 2 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 28)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n. 2 riprodotta a pag. 28).

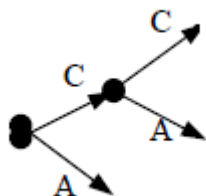
Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

Bisogna mettere in evidenza che una suddivisione equa deve tenere conto non solo delle partite giocate, ma anche di quelle che rimangono da giocare.

Si può costruire un diagramma ad albero per prendere in considerazione tutte le possibili situazioni che potrebbero verificarsi se la partita fosse continuata, invece di essere interrotta sul 3 a 2 per Ariele (A indica la vittoria di Ariele e C quella di Calibano).



Il diagramma ad albero consente di visualizzare lo spazio delle situazioni possibili: in questo caso è uno strumento particolarmente indicato, in quanto la partita è stata interrotta sul 3 a 2 e quindi lo spazio delle situazioni possibili non è eccessivamente complesso. Si nota che Calibano, per arrivare a quattro punti prima di Ariele, deve vincere due partite consecutive senza che Ariele ne vinca alcuna.

Sul punteggio di 3 a 2 per Ariele, se si gioca un'altra partita e se Ariele vince, allora ad Ariele va l'intera posta, mentre se vince Calibano vanno sul 3 a 3. Allora ad Ariele spetta almeno metà della posta, ossia 10 denari. Sul 3 a 3 si può giocare al più un'altra partita. Chi fra Ariele e Calibano vince ritira tutta la stessa posta rimanente, quindi se Ariele vincesse, allora ritirerebbe tutta la posta rimanente, in caso contrario vincerebbe Calibano. Dunque, se il gioco viene interrotto sul 3 a 2 per Ariele, ad Ariele vanno  $10+5=15$  denari, mentre a Calibano ne spettano  $20-15=5$ .

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 2 – ARIELE E CALIBANO

---

4<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

***Tempo massimo a disposizione 20 minuti.***

In una taverna del piccolo paese di Matelandia, Ariele e Calibano giocano a testa e croce con una moneta a due facce non truccata. A ogni lancio viene assegnato 1 punto al giocatore che indovina l'esito. Vince tutta la posta di 20 denari (10 dei quali sono di Ariele e 10 di Calibano) chi per primo totalizza 4 punti.

I giochi d'azzardo sono però proibiti a Matelandia e il gendarme Prospero, venuto a conoscenza della partita che si sta giocando, si avvia verso la taverna per arrestare Ariele e Calibano. Informati del pericolo, i due giocatori interrompono la partita sul 3 a 2 per Ariele e fuggono, ciascuno con i 10 denari messi per formare la posta, concordando di ritrovarsi il giorno dopo senza finire la partita ma solo per dividere equamente la posta in gioco.

Come dovrebbero, Ariele e Calibano, dividersi i 20 denari in modo tale che la suddivisione tenga conto del fatto che avevano contribuito alla posta con 10 denari ciascuno e che quando la partita è stata interrotta il punteggio era 3 a 2 per Ariele?

## 4° SESSIONE DI LABORATORIO

---

### TOTOCALCIO E SUPERENALOTTO

Ob. Consolidamento obiettivi precedenti

#### MATERIALE

- scheda n. 3 fornita dal docente (e riportata qui a pagina 30)

#### DESCRIZIONE

Gli alunni formano gruppi di 4-5 studenti, per libera aggregazione a partire da studenti capaci scelti dal docente.

Ad ogni gruppo viene fornita una scheda su cui ogni gruppo lavorerà in autonomia. (È la scheda n.3 riprodotta a pag.30).

Al termine della discussione di gruppo un membro per ognuno dei gruppi relazionerà alla classe.

Tempo massimo a disposizione per la riflessione di gruppo 20 minuti.

#### SOLUZIONE E OSSERVAZIONI

1- No; sì.

2- Il superenalotto è un gioco che prevede di indovinare 6 numeri su 90. Vediamo come poter calcolare la probabilità di centrare un sei. Visto che dobbiamo segnare 6 numeri su 90, abbiamo  $6/90$  (sei novantesimi) di probabilità di prendere un numero. Se abbiamo già fissato il primo, restano in gioco ancora 89 numeri, mentre noi abbiamo ancora a disposizione 5 numeri. Quindi abbiamo  $5/89$  di probabilità di prendere il secondo numero. Continuando così, avremo di seguito  $4/88$  per il terzo numero,  $3/87$  per il quarto,  $2/86$  per il quinto e  $1/85$  per il sesto. Queste sono le probabilità che hanno i vari numeri di essere presi singolarmente, ma se li vogliamo prendere tutti insieme contemporaneamente dobbiamo moltiplicare le probabilità di ognuno con quelle degli altri nel seguente modo:

$$6! / (90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86 \cdot 85) = 720 / 448.282.533.600 = 1 / 622.614.630$$



3- Prestare attenzione al fatto che nella realtà il risultato di una partita di calcio NON È UN EVENTO CASUALE (STOCASTICO) ed è influenzato da molti fattori, non ultimo il fattore campo, che assegna appunto alla squadra in trasferta minori possibilità di vittoria. La formula 6-5-2 (6 segni 1 , 5 segni X, e 2 segni 2) è storicamente la più frequente nella schedina a 13 eventi (prima che fosse introdotto il 14).

In questi casi, la probabilità è calcolata in modo "FREQUENTISTICO". Si prende cioè uno storico di eventi e si analizzano le frequenze di uscita dei segni.

Supponendo, però, di essere nel caso ipotizzato, la probabilità di fare 13 al totocalcio corrisponde alla probabilità di scrivere l'unica colonna di risultati corretti sui  $3^{13}$  risultati possibili ed è pari quindi a

$$\frac{1}{3^{13}} = \frac{1}{1.594.323}$$

Scuola:

Classe:

Gruppo:

## SCHEDA N. 3 – TOTOCALCIO E SUPERENALOTTO

---

4<sup>a</sup> sessione di laboratorio

***Leggete con attenzione e trovate la soluzione. Motivate le risposte.***

I giochi in cui si scommettono soldi sul verificarsi di un certo evento rientrano in due categorie: quelli in cui l'evento, nato insieme al gioco e finalizzato unicamente ad esso, è puramente casuale (estrazione di numeri) e quelli in cui l'evento, che accade in modo del tutto indipendente dal fatto che qualcuno scommetta su di esso, è in qualche misura prevedibile (es. Totocalcio, corse dei cavalli e altri eventi sportivi e non).

Secondo voi

- 1- è possibile calcolare la probabilità oggettiva di una vincita nei giochi della prima categoria? E in quelli della seconda?
- 2- Qual è la probabilità di fare 6 al Superenalotto? Come si fa a calcolarla? La probabilità da calcolare è quella di una singola giocata; non sono da considerare sistemi di alcun tipo.
- 3- Se le possibilità 1, X, 2 del Totocalcio avessero esattamente la stessa probabilità di accadere, quale sarebbe la probabilità di "fare 13" al Totocalcio? E quella di "fare 12"? E quella di "fare 0", ossia di sbagliare tutti i pronostici? Come si potrebbe calcolarle? La probabilità da calcolare è quella di una singola giocata; non sono da considerare sistemi di alcun tipo.

## PROVA DI VERIFICA FINALE

---

Tenuto conto del fatto che il percorso è stato comune e i risultati pressoché equivalenti nelle diverse classi, abbiamo progettato una prova conclusiva con i seguenti obiettivi:

1. verificare che gli studenti siano in grado di individuare casi favorevoli e casi possibili per il realizzarsi di un evento.
2. Verificare che siano in grado di calcolare probabilità semplici di eventi.

Tra i tanti esercizi possibili si sono scelti quelli riportati qui di seguito perché:

1. simili a quelli che hanno suscitato maggior interesse;
2. accessibili in riferimento all'età e alle competenze dei ragazzi.

### SOLUZIONI ATTESE:

1. Se si lanciano due dadi, la probabilità che esca 2 è  $1/36$ , mentre la probabilità che esca 3 è  $2/36$  visto che i casi favorevoli sono due: la coppia (1,2) e (2,1).
2. La probabilità è  $3/7$ .  
Supponendo che non richiamerò lo stesso numero appena chiamato, se mi ha risposto una ragazza la risposta è  $3/6$ .
3. I casi possibili sono 20 (4 colori, 5 taglie per ogni colore), quindi la probabilità di pescare una maglia rossa di taglia media sono  $1/20$ :

## Verifica finale

---

***Leggete con attenzione ciascuna delle tre schede e trovate le soluzioni.***

**Motivate le risposte.**

***Tempo massimo a disposizione 60 minuti.***

### Perché ho preso un brutto voto?

---

Verifica di fine percorso

Ieri ho fatto il compito in classe di matematica. L'esercizio mi chiedeva se lanciando due dadi ho la stessa probabilità di ottenere 2 e 3. Io ho risposto di sì perché la possibilità di ottenere il 2 accade se entrambi i dadi danno 1 e la possibilità di ottenere 3 accade se i dadi danno 1 e 2. Ho preso un brutto voto e non capisco perché. Siete in grado di spiegarmi dove ho sbagliato?

### Il cellulare annacquato

---

Verifica di fine percorso

Il cellulare mi è caduto in una pozzanghera e il display si è rovinato. Riesco a vedere solo i numeri di telefono ma non a leggere i nomi. In rubrica ho 7 numeri di telefono di cui 3 di ragazzi e 4 di ragazze. Devo proprio telefonare a un maschio per metterci d'accordo per la partita di calcio di sabato pomeriggio. Facendo una telefonata a caso che probabilità ho di parlare con un maschio? Supponendo che alla prima telefonata mi abbia risposto un'amica, che probabilità ho ora, ritentando, di trovare un amico?

## Al centro commerciale

---

### Verifica di fine percorso

Sabato pomeriggio sono andata al centro commerciale. In uno dei negozi ho visto una maglia che mi piace tanto. È disponibile in 20 esemplari, in quattro colori diversi (verde, gialla, rossa e blu) ugualmente distribuiti ed è in 5 taglie ancora ugualmente distribuite. Pescando a caso una maglia dal cesto dove si trovano senza guardare, qual è la probabilità di pescarla rossa di taglia media?

## CONSIDERAZIONI SULLE VERIFICHE SVOLTE

---

Le verifiche sono state somministrate negli stessi gruppi di lavoro delle sessioni di laboratorio.

Sulla base dei lavori prodotti i gruppi possono essere suddivisi in tre categorie:

- ✓ gruppi che hanno lavorato con serietà, si sono basati sull'intuito ma si sono avvalsi dell'uso di tabelle e rappresentazioni grafiche per giungere a risultati corretti. Il lavoro è stato soddisfacente perché ha mostrato che anche a distanza di tempo alcuni concetti fondamentali sono rimasti e si sono consolidati;
- ✓ gruppi che hanno lavorato in modo poco serio, basandosi esclusivamente sull'intuito giungendo a conclusioni non sempre corrette e poco chiare;
- ✓ un gruppo che non ha voluto mettersi in gioco, non ha tentato neppure di rispondere alle consegne, lasciando il lavoro pressoché in bianco. Non è rimasta traccia di contenuti o metodologie di lavoro.

Tenuto conto che la maggior parte dei gruppi possono essere ricondotti alla prima tipologia, si può ritenere che la sperimentazione sia stata positiva perché ha determinato cambiamenti nei comportamenti e nelle competenze degli studenti coinvolti. In particolare si sottolinea come il buon grado di flessibilità degli studenti abbia portato a raggiungere esiti positivi.

## VALUTAZIONE SULLA SPERIMENTAZIONE

---

Dal confronto delle esperienze dei diversi componenti del gruppo è emerso l'entusiasmo con cui gli alunni si sono inizialmente accostati al percorso. Tale entusiasmo, però, in alcuni casi è diminuito in concomitanza di alcuni punti di debolezza:

- \* Il tempo a disposizione per lo svolgimento delle attività proposte è stato troppo limitato: ciò ha comportato che il confronto finale dopo le singole sessioni di laboratorio fosse sacrificato e la formalizzazione dei concetti appresi venisse in alcuni casi rimandata.

Elementi correttivi:

- a. Ridurre il numero delle schede proposte nelle singole sessioni di laboratorio perché gli studenti in alcuni casi mancano degli strumenti adeguati per la risoluzione. Escluderemmo

- Lampadine
- Ariele e Calibano
- Giochi da tavolo
- Totocalcio e superenalotto
- Alla fine del quadrimestre

Segnaliamo anche che nella scheda "Quattro scarafaggi scrivono un bestseller" la parola "armo" è sconosciuta alla quasi totalità dei ragazzi. Qualcuno suggerisce che andrebbe specificato che valgono soltanto i nomi propri (a questa ipotesi altri contrappongono che imparare parole nuove in situazioni di coinvolgimento è almeno altrettanto importante che imparare matematica. Del resto, armo è soltanto la prima persona dell'indicativo presente di armare). Invece nella scheda "Quota pronosticata" le domande sono troppo numerose.

- b. è emersa la necessità di inquadrare in modo più organico e preciso i nodi concettuali emersi nel laboratorio, affiancandoli con una attività di consolidamento, rinforzo.
- \* L'utilizzo consapevole del linguaggio ha creato non poche difficoltà sotto due punti di vista: prima di tutto per la comprensione del testo (termini quali "quota pronosticata" sono risultati troppo complessi per gli studenti) e in secondo luogo per esprimere ai compagni di classe le soluzioni alle quali i singoli gruppi erano giunti:

spesso i gruppi intuivano le soluzioni, ma non riuscivano a comunicarle efficacemente ad altri. È perciò fondamentale abituare gli studenti alla giustificazione di quanto affermato, in modo da suscitare in loro anche la capacità di essere consapevoli e critici.

- \* Gli studenti hanno manifestato una forte esigenza di praticità e laddove le schede lo consentivano facevano esperienze dirette (per esempio nella scheda 1 della seconda sessione di laboratorio la frase tipica è stata “facciamo finta che il libro finisca qui”).

Non sono mancati gli aspetti positivi:

- \* La valorizzazione dei diversi ruoli assunti all'interno dei singoli gruppi: l'importanza e la responsabilizzazione del leader scelto, la turnazione del ruolo di relatore.
- \* La bellissima esperienza di lavoro di gruppo: la capacità di organizzarsi, la cura dei dettagli soprattutto nei gruppi femminili, la capacità di mettersi in ascolto e a confronto con gli altri.